Université Cadi Ayyad
Faculté des sciences Semlalia
Département de physique

Année universitaire 2017-2018

Contrôle de Transferts Thermiques
SMP (S6) – Energétique-Durée : 2h

Exercice 1

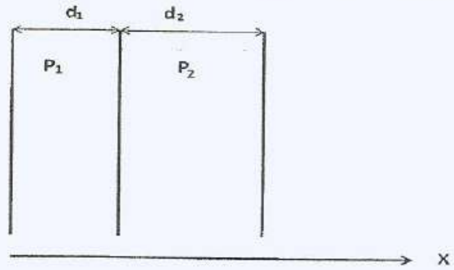
On considère deux parois juxtaposées P_1 et P_2 d'épaisseurs respectives d_1 et d_2 (voir figure ci-dessous) et de conductivités thermiques respectives λ_1 et λ_2. De la chaleur est générée dans la paroi P_1 avec une puissance volumique, $\dot{e}_g = a\, e^{-bx}$ (W/m³). Les faces gauche (x=0) et droite de l'ensemble des parois sont respectivement maintenues aux températures T_g et T_d. On suppose que la conduction est monodimensionnelle suivant la direction x.

1-Ecrire l'équation de conduction de la chaleur, en régime permanent, pour chacune des deux parois.

2-Ecrire les conditions aux limites.

3-Déterminer la distribution de température dans chacune des parois.

4-Vérifier que la puissance générée dans la paroi P_1 est égale à la somme des flux de chaleur évacués par les deux faces. Ce résultat est-il prévisible ? Commenter.



Exercice 2

Un fluide incompressible et très visqueux, de conductivité thermique, λ, et de viscosité dynamique, μ, est forcé à s'écouler dans un tube mince de rayon, R, et de longueur, L. L'écoulement laminaire est hydrodynamiquement et thermiquement établi. La paroi du tube est maintenue à une température T_p, uniforme et constante, permettant l'évacuation de la puissance dissipée par viscosité. L'équation d'énergie du fluide, en régime permanent, s'écrit :

$$0 = \lambda \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \mu\,\Phi$$

où Φ est la fonction dissipation visqueuse :

$$\Phi = \left(\frac{du}{dr}\right)^2$$

et u(r) est la vitesse d'écoulement.

1-Déterminer la distribution de température du fluide, T(r).

2-Exprimer le flux de chaleur transmis par le fluide au milieu extérieur à travers la paroi du tube en fonction, du débit massique du fluide, $\dot{m}$, la masse volumique du fluide, ρ, et la chute de pression le long du tube, ΔP.

N.B : $u_{moyenne} = \frac{R^2}{8\mu}\frac{\Delta P}{L}$

Exercice 3

Soient deux longues tubes coaxiaux minces de diamètres $D_1 = 20$ mm et $D_2 = 60$ mm. Les deux faces du tube extérieur sont grises et diffusantes. Les émissivités des faces intérieure et extérieure de ce tube sont respectivement $\varepsilon_{2,\,i} = 0{,}01$ et $\varepsilon_{2,\,e} = 0{,}1$. La surface extérieure du tube extérieur est exposée à un large local dont les surfaces sont maintenues à la température $T_s = 17$ °C. De plus, elle échange par convection avec l'air à $T_f = 27$ °C et un coefficient d'échange de 10 W/m². K. Un fluide chaud circule dans le tube intérieur dont la surface est supposée noire. L'espace annulaire des deux tubes est vide. On désigne par T_1 et T_2 les températures respectives des tubes intérieur et extérieur.

1- Exprimer le flux radiatif net perdu, par unité de longueur, par le tube intérieur en fonction des données du problème nécessaires.
2- Exprimer le flux radiatif net et celui convectif perdus, par unité de longueur, par la surface extérieure du tube extérieur en fonction des données du problème nécessaires.
3- En déduire la température du tube intérieur, T_1, si celle du tube extérieure, $T_2 = 42$ °C.

Exercice 1

1°/ $0 = \lambda_1 \frac{d^2 T_1}{dx^2} + \dot{e}g$ (Paroi P1)

$0 = \lambda_2 \frac{d^2 T_2}{dx^2}$ (Paroi P2).

2°/ $x = 0, \quad T_1 = T_g.$

$x = d_1, \quad T_1(x = d_1) = T_2(x = d_2)$

$- \lambda_1 \frac{dT_1}{dx}\Big|_{d_1} = - \lambda_2 \frac{dT_2}{dx}\Big|_{x=d_1}.$

$x = d_1 + d_2, \quad T_2 = T_d.$

3°/ Paroi P1 : $\lambda_1 \frac{d^2 T_1}{dx^2} + a e^{-bx} = 0$

$\Rightarrow T_1(x) = -\frac{a}{b^2 \lambda_1} e^{-bx} + C_1 x + C_2$

Paroi P2 : $\frac{d^2 T_2}{dx^2} = 0 \Rightarrow T_2(x) = C_3 x + C_4$

$T_1(0) = T_g \Rightarrow \quad T_g = C_2 - \frac{a}{b^2 \lambda_1}$

$T_1(d_1) = T_2(d_1) \Rightarrow \quad T_g + \frac{a}{b^2 \lambda_1} + C_1 d_1 - \frac{a}{b^2 \lambda_1} e^{-bd_1} = C_3 d_1 + C_4$

$\lambda_1 \frac{dT_1}{dx}\Big|_{x=d_1} = \lambda_2 \frac{dT_2}{dx}\Big|_{x=d_1} \Rightarrow \quad \lambda_1 \left(C_1 + \frac{a}{b\lambda_1} e^{-bd_1} \right) = \lambda_2 C_3$

$T_2(d_1 + d_2) = T_d \Rightarrow \quad C_4 + C_3 (d_1 + d_2) = T_d.$

$C_2 = T_g + \frac{a}{b^2 d_1}$

$C_1 = \frac{\lambda_2 (T_d - T_g) - \frac{a}{b} \frac{\lambda_2}{d_1} \left[\frac{1}{b} + \left(\frac{d_1}{\lambda_2} d_2 - \frac{1}{b} \right) e^{-bd_1} \right]}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1}$

$$ = \frac{a}{b\lambda_2} e^{-bd_1} + \frac{\lambda_1 (T_d - T_g) - \frac{a}{b}\left[\frac{1}{b} + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} d_2 - \frac{1}{b}\right) e^{-bd_1}\right]}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1}$$

$$= \frac{\lambda_1 (T_d - T_g) - \frac{a}{b}\left[\frac{1}{b} - \left(\frac{1}{b} + d_1\right) e^{-bd_1}\right]}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1}$$

$$C_4 = T_d - (d_1 + d_2)\left[\frac{a}{b\lambda_2} e^{-bd_1} + \frac{\lambda_1 (T_d - T_g) - \frac{a}{b}\left\{\frac{1}{b} + \left(\frac{d_1 d_2}{d_2} - \frac{1}{b}\right) e^{-bd_1}\right\}}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1}\right]$$

4°/. $\frac{P_g}{A} = \int_0^{d_1} \dot{e}_g \, dx \Rightarrow \left(\frac{P_g}{A}\right) = \int_0^{d_1} a e^{-bx} dx \Rightarrow$

$$\left(\frac{P_g}{A}\right) = \frac{a}{b}\left[1 - e^{-bd_1}\right]$$

$$\phi_1 = \lambda_1 \frac{dT_1}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{a}{b} + \lambda_1 C_1$$

$$\phi_2 = -\lambda_2 \frac{dT_2}{dx}\Big|_{x=d_1+d_2} = -\lambda_2 C_3$$

$$\phi_1 + \phi_2 = \frac{a}{b} + \lambda_1 C_1 - \lambda_2 C_3$$

or d'après la condition aux limite en $x = d_1$, on a
$\lambda_1 C_1 - \lambda_2 C_3 = -\frac{a}{b} e^{-bd_1} \Rightarrow \phi_1 + \phi_2 = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} e^{-bd_1}$

$$\phi_1 + \phi_2 = \frac{a}{b}\left(1 - e^{-bd_1}\right) = \left(\frac{P_g}{A}\right)$$

En régime permanent, la puissance générée est égale à celle évacuée.

$T(r) = -\frac{\nu \bar{u}^2}{\lambda R^4} r^4 + C_1 \ln r + C_2$

Exercice 2

1°/ $\frac{\lambda}{r}\frac{d}{dr}\left(r \frac{dT}{dr}\right) = -\nu\phi = -\nu\left(\frac{du}{dr}\right)^2$

avec $u(r) = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{4\nu}{\lambda}\frac{u_{max}^2}{R^4} r^3 = -Ar^3$$

$T(r) = -\frac{A}{16} r^4 + C_1 \ln r + C_2$

$$\Rightarrow r\frac{dT}{dr} = -\frac{Ar^4}{4} + C_1 \Rightarrow T(r) = C_2 - \frac{Ar^4}{16}$$

$r\frac{dT}{dr} \to 0 \Rightarrow C_1 \to 0$
$r \to 0$

$T(R) = T_p \Rightarrow C_2 = T_p + \frac{A}{16} R^4$

$$T(r) = T_p + \frac{A}{16}\left(R^4 - r^4\right)$$

9/ $$-\lambda \frac{dT}{dr}\Big|_{r=R} = -\lambda\cdot\left(-\frac{A r^3}{4}\right)_{r=R} = \frac{\lambda A}{4} R^3$$

$$\phi = -\lambda \frac{dT}{dr}\Big|_{r=R} 2\pi R L = 2\pi R L \frac{\lambda A}{4} R^3$$

$$\phi = 2\pi R L \frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{4}} \cancel{R^3} \, \frac{\cancel{4}\mu}{\cancel{\lambda}} \, \frac{u^2_{max}}{\cancel{R^4}}$$

$$= 2\pi \cancel{R} L \frac{\mu}{\cancel{R}} u^2_{max} = 2\pi \mu L u^2_{max}$$

$u_{max} = 2\bar{u}$ avec $\dot{m} = \rho \pi R^2 \bar{u}$

$\Rightarrow \cancel{u_{max} = 2\rho}$ $\quad \bar{u} = \frac{\dot m}{\rho\pi R^2} \rightarrow u_{max} = \frac{2\dot m}{\rho \pi R^2}$

$$\phi = 2\pi\mu L \, 4\bar u^2 = \underline{8\pi\mu L \, \bar u^2} = 8\pi\mu L \bar u \, \bar u$$

$$\phi = 8\pi\mu L \frac{\dot m}{\rho\pi R^2} \bar u = \cancel{8}\cancel{\pi}\cancel{\mu}\cancel{L} \frac{\dot m}{\rho\cancel{\pi}\cancel{R^2}} \frac{\cancel{R^2}}{\cancel{8}\cancel{\mu}} \frac{\Delta P}{\cancel{L}}$$

$$\phi = \frac{\dot m \, \Delta P}{\rho}$$

Exercice 3

1°/ $\xrightarrow{\phi_1} M^0_1 \overset{\frac{1}{S_1 F_{1i}}}{\text{—}\!\text{—}} J_i \overset{\frac{1-\varepsilon_i}{S_2 \varepsilon_i}}{\text{—}\!\text{—}} M^0_2$

$F_{1i} = 1$

2°/ $$\phi_1 = \frac{M^0_1 - M^0_2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1-\varepsilon_i}{S_2 \varepsilon_i}} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\pi D_1 L} + \frac{1-\varepsilon_i}{\pi D_2 L \varepsilon_i}}$$

$$\phi'_1 = \frac{\phi_1}{L} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\pi D_1} + \frac{1-\varepsilon_i}{\pi D_2 \varepsilon_i}}$$

$$\phi_{2r} = \frac{M_2^o - M_S^o}{\frac{1}{S_2 \varepsilon_e}} = \pi D_2 L \varepsilon_e \sigma \left(T_2^4 - T_S^4 \right)$$

$$\phi'_{2r} = \frac{\phi_{2r}}{L} = \pi D_2 \varepsilon_e \sigma \left(T_2^4 - T_S^4 \right)$$

$$\phi_{2c} = \frac{T_2 - T_f}{\frac{1}{h S_2}} = h (T_2 - T_f) \pi D_2 L$$

$$\phi'_{2c} = \frac{\phi_{2c}}{L} = h \pi D_2 (T_2 - T_f)$$

3°/ $\phi'_1 = \phi'_{2r} + \phi'_{2c} \Rightarrow$

$$\frac{\sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right)}{\frac{1}{\pi D_1} + \frac{1 - \varepsilon_i}{\pi D_2 \varepsilon_i}} = \pi D_2 \varepsilon_e \sigma \left(T_2^4 - T_S^4 \right) + h \pi D_2 (T_2 - T_f)$$

$T_2 = 42°C = 315\ K$

$T_f = 300K$

$T_S = 290\ K$

$\Rightarrow \quad T_1 = 472°\ C = 745\ K.$