

$$\lg(\alpha \pi) = \lg(\alpha)$$

Université Abou Bakr BELKAID
Faculté de Technologie
Département de Télécommunications.

Série de T.D. n° 1 du TS 612

Exercice 1 :

Soit une ligne sans pertes, d'impédance caractéristique $Z_c = 300\Omega$, terminée sur une charge $Z_r = 600j$.

1. Calculer la longueur l' d'une ligne court-circuitée à son extrémité, pouvant remplacer cette impédance de charge Z_r . l' sera exprimée en fonction de la longueur d'onde λ .
2. Quelle serait la longueur d'un tronçon de ligne ouvert à son extrémité pouvant remplacer la charge Z_r ?

Exercice 2 :

Soit une ligne sans pertes, d'impédance caractéristique $Z_c = 500\Omega$, terminée sur une réactance $X = -100j$. la longueur de cette ligne en angle $\beta l = 315^\circ$

1. Calculer la longueur $\beta l'$ (en angle) d'une ligne court-circuitée, pouvant remplacer cette réactance X .
2. Calculer la longueur totale en angle de la ligne.
3. Calculer le courant au niveau de la source I_0 si la tension $V_0 = 1V$.
4. Calculer le courant I au niveau de la réactance X .

Exercice 3 :

Un voltmètre UHF est formé d'une ligne quart d'onde sans pertes terminée par un filament chauffant d'un thermocouple de résistance $R = 5\Omega$. Sachant que l'impédance caractéristique de la ligne $Z_c = 75\Omega$, calculer :

1. La tension V_0 à l'entrée de la ligne, sachant que $I_R = 15 \text{ mA}$.
2. L'impédance d'entrée de la ligne.

Exercice 4 :

Soit un générateur de force électromotrice de 50V et une résistance interne $R_g = 30\Omega$, fonctionnant à la fréquence de 60 MHz et connecté à l'entrée d'une ligne sans pertes formée par deux fils parallèles de 2 mm de diamètre, distants de 4 cm l'un de l'autre. Le substrat utilisé a une permittivité relative $\epsilon_r = 2.25$.

1. Calculer l'impédance caractéristique Z_c de la ligne.
2. En considérant que la ligne soit adaptée, calculer la différence de potentiel aux bornes du récepteur dans le cas où la ligne a une longueur de 30m.
3. Quelle est l'intensité du courant I_R qui circule dans le récepteur ?

Exercice 5 :

Soit une ligne de longueur 16 cm ayant une impédance caractéristique $Z_c = 75\Omega$. La fréquence de travail est de 1 GHz et la vitesse de propagation est de $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (l'isolant étant l'air).

La ligne est court-circuitée à son extrémité, on place à 7 cm du C.C une capacité C de telle manière que l'impédance d'entrée de la ligne devienne infinie.

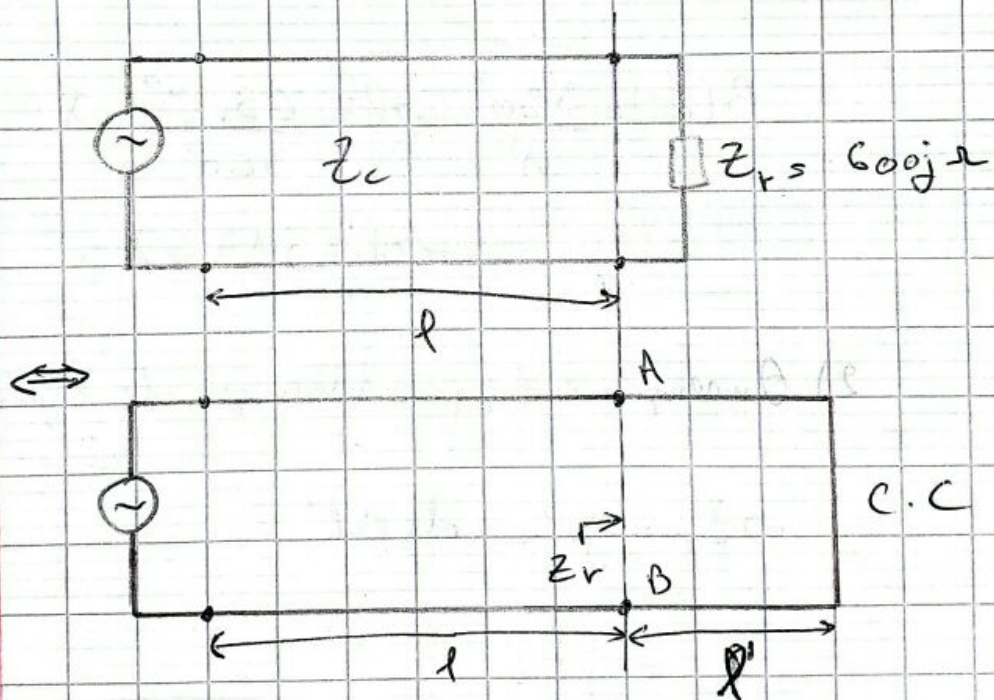
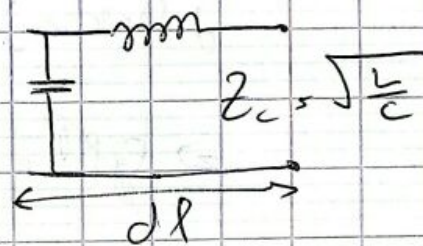
1. Déterminer la valeur de la capacité C en pF.
2. Calculer la longueur d'une ligne court-circuitée pouvant remplacer cette capacité.

Ex ①

ligne sans pertes ($R=0, G=\infty$)

$$Z_c = 300 \Omega$$

$$Z_r = 600j \Omega$$



1) On remplace Z_r par un tronçon de ligne court-circuité de longueur l' :

$$Z_r = j Z_c \times \tan \beta l'$$

$$j 600 = j 300 \tan \beta l'$$

$$\Rightarrow \tan \beta l' = 2 \Rightarrow \beta l' = \text{Arctg } 2$$

$$\Rightarrow \beta l' = 63,43^\circ$$

$$\beta (\text{en}^\circ) = \frac{360^\circ}{\lambda} \Rightarrow l' = \frac{63,43^\circ}{360^\circ} \lambda$$

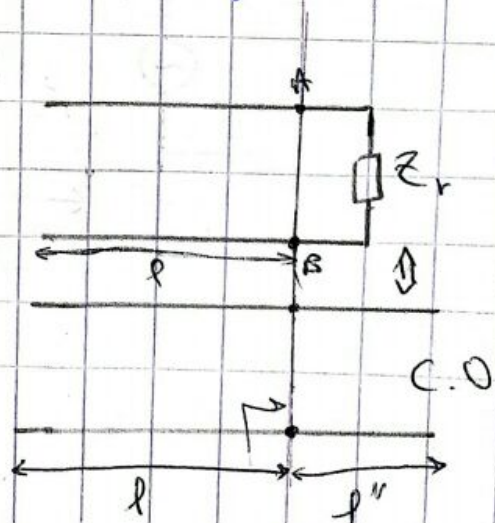
$$\Rightarrow l' = 0,176 \lambda$$

2) On remplace Z_r par 1 tronçon de ligne ouvert:

$$\Rightarrow Z_r = -j Z_c \cot \beta l''$$

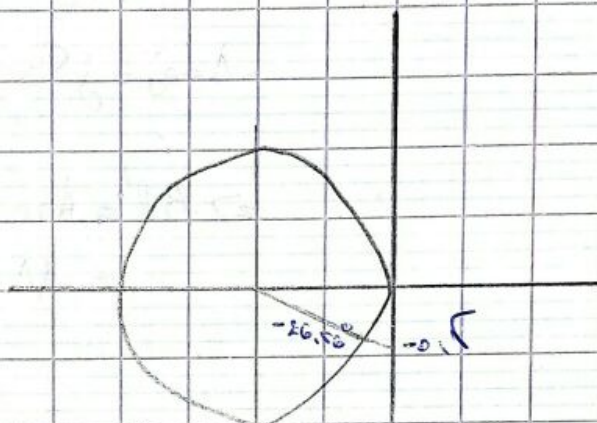
$$= -j Z_c \frac{1}{\tan \beta l''}$$

$$600j = -j 300 \frac{1}{\tan \beta l''}$$



$$\Rightarrow \operatorname{tg} \beta l'' = -0.5 \Rightarrow \beta l'' = \operatorname{Arctg}(-0.5)$$

$$\beta l'' = -26.56^\circ$$

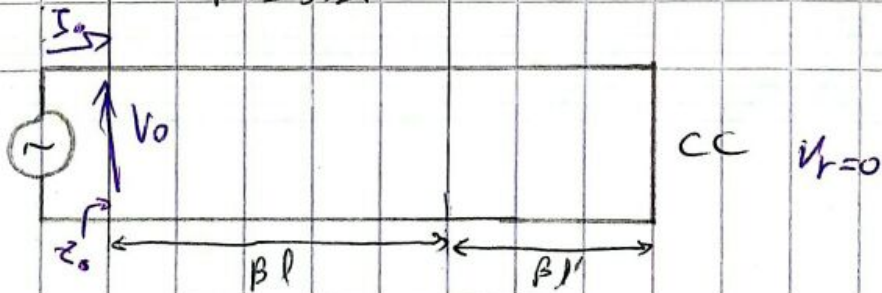
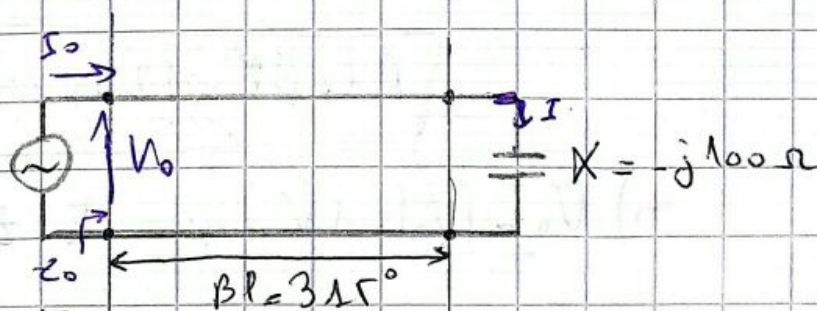


$$\beta l'' = -26.56^\circ (+180^\circ \text{ car } \operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg}(x))$$

$$\Rightarrow \beta l'' = 153.44^\circ \Rightarrow l'' = \frac{153.44^\circ}{360^\circ} \lambda$$

$$l'' = 0.426 \lambda$$

Ex 2)



On remplace X par un tronçon de ligne CC'

$$X' = jZ_0 \tan \beta l'$$

$$-100j = j500 \tan \beta l' \Rightarrow \tan \beta l' = -0,2$$

$$\Rightarrow \beta l' = \text{Arctg}(-0,2) \\ = -11,31^\circ \text{ (pas de sens} \\ \text{physique, on lui} \\ \text{reporte } 180^\circ)$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta l' = 168,69^\circ}$$

2) la longueur totale de la ligne (en angle)

$$\beta l + \beta l' = 315^\circ + 168,69^\circ$$

$$\beta l + \beta l' = 483,69^\circ$$

$$\boxed{\beta l + \beta l' = 123,69^\circ}$$

$$3) V_0 = |V_0| = 2V$$

$$V_0 = Z_0 I_0 \Rightarrow |I_0| = \frac{|V_0|}{|Z_0|}$$

* 1^{re} Solution:

$$Z_o = Z_c \frac{X + j Z_c \tan \beta l}{Z_c + j X \tan \beta l}$$

$$|I_o| = \frac{|V_o|}{|Z_o|}$$

* 2^{ème} Solution

$$Z_o = j Z_c \tan \beta (l + l')$$

$$Z_o = j Z_c \tan \beta (l + l')$$

$$\Rightarrow |I_o| = \frac{|V_o|}{|j Z_c \tan \beta (l + l')|} = \frac{1}{500 \tan(123.69^\circ)}$$

$$\Rightarrow |I_o| = 1.334 \text{ mA}$$

4) Source comme ref.

$$\begin{cases} V(g) = V_o \cos \beta g - j Z_c I_o \sin \beta g \\ I(g) = I_o \cos \beta g - j \frac{V_o}{Z_c} \sin \beta g \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_0 = |V_0| e^{j\varphi_1} \\ I_0 = |I_0| e^{j\varphi_2} \end{cases}$$

~~La charge~~

ou charge comme référence :

$$\begin{cases} V(z) = V_r \cos \beta z + j Z_c I_r \sin \beta z \\ I(z) = I_r \cos \beta z + j \frac{V_r}{Z_c} \sin \beta z \end{cases}$$

On cherche le courant I au niveau de la charge K :
Il s'agit du courant qui existe à 1 point distant de l' à partir du court-circuit.

On veut ~~que~~ qu'à partir de la charge :

$$I(z) = I_r \cos \beta z + j \frac{V_r}{Z_c} \sin \beta z$$

comme l'extrémité est court-circuitée

$$\Rightarrow V_r = 0$$

$$I = I(z=l') = I_r \cos \beta l'$$

$$\text{Au niveau de la source } I_0 = I(z=l+l')$$

$$I_0 = I(z=l+l') = I_r \cos \beta (l+l')$$

$$\Rightarrow I_r = \frac{I_0}{\cos \beta (l+l')}$$

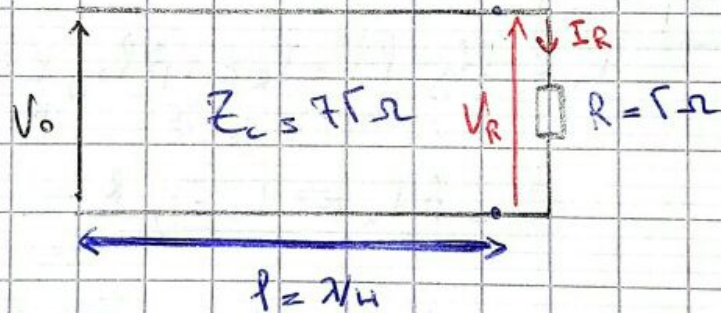
$$\Rightarrow I = \frac{I_0}{\cos \beta (l+l')} \cos \beta l'$$

A.N:

$$|I| = \frac{|I_0|}{\cos \beta(l+l')} \cos \beta l'$$
$$= \frac{1.334 \times 10^{-3}}{\cos(123.6^\circ)} \cos(168.6^\circ)$$

$$\Rightarrow |I| = 2.36 \text{ mA}$$

Ex(3)



$$|I_R| = 15 \text{ mA}$$

On sait que $V(z) = V_r \cos \beta z + j Z_c I_r \sin \beta z$
(charge comme référence)

$$V_0 = V(z=l) = V_r \cos \beta l + j Z_c I_r \sin \beta l$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos \beta l = 0 \\ \sin \beta l = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_o = j Z_c I_R$$

$$\Rightarrow |V_o| = |j Z_c I_R|$$

$$|V_o| = 75 \times 15 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow |V_o| = 1,125 \text{ V}$$

$$2) Z_o = ?$$

$$I_o = I_{\text{g}} = I_R \cos \beta l + j \frac{V_R}{Z_c} \sin \beta l$$

$$V_R = R I_R \Rightarrow I_o = j \frac{R I_R}{Z_c}$$

$$Z_o = \frac{V_o}{I_o} = \frac{j Z_c I_R}{j R I_R / Z_c} = \frac{Z_c^2}{R}$$

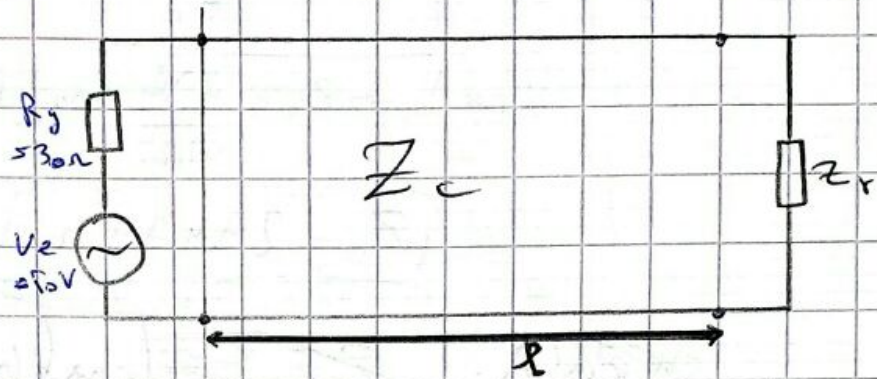
Mais on voit qu'il s'agit d'une ligne quart d'onde, on peut appliquer directement que :

$$Z_o^2 = Z_c \times Z_R = Z_c \times R$$

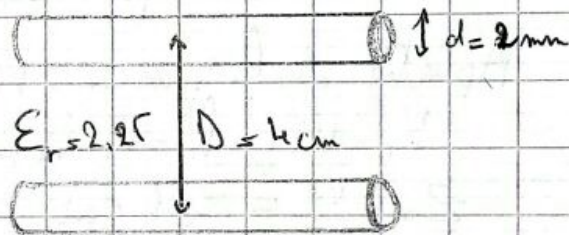
$$\Rightarrow Z_o = \frac{Z_c^2}{Z_R}$$

AM: $Z_o = 112,5 \Omega$

Con 4)



$$f = 60 \text{ MHz}$$



1) $Z_c = ?$

Il s'agit d'une ligne bifilaire symétrique :

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \times \frac{1}{\pi} \operatorname{arccosh} \left(\frac{D}{2} \frac{2}{d} \right)$$

$$Z_c = \frac{120}{\sqrt{\epsilon_r}} \operatorname{arccosh} \left(\frac{D}{d} \right)$$

A.N., $Z_c = \frac{120}{\sqrt{2.25}} \operatorname{arccosh} \left(\frac{40}{2} \right) \Rightarrow \boxed{Z_c = 295 \Omega}$

on alors

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} 276 \log_{10} \left(\frac{D}{d/2} \right)$$

$$\mu_r = 1 \Rightarrow Z_c = \frac{276}{\sqrt{2.25}} \log_{10} \left(\frac{40}{1} \right)$$

$$Z_c = 294.77 \Omega$$

ou alors : $Z_c = \frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{2}$

2) ligne adaptée $\Rightarrow Z_c = Z_r = Z_0$

$$V_r = ?$$

Après de la source : $V(z) = V_0 \cos \beta z - j Z_c I_0 \sin \beta z$

$$V_r = V(z=l) = V_0 \cos \beta l - j Z_c I_0 \sin \beta l$$

$$Z_0 = \frac{V_0}{I_0} = Z_c \text{ (car ligne adaptée)}$$

$$\Rightarrow V_0 = Z_c I_0$$

$$\Rightarrow V_r = Z_c I_0 \cos \beta l - j Z_c I_0 \sin \beta l$$

$$= Z_c I_0 (\cos \beta l - j \sin \beta l)$$

$$\Rightarrow V_r = Z_c I_0 e^{-j\beta l}$$

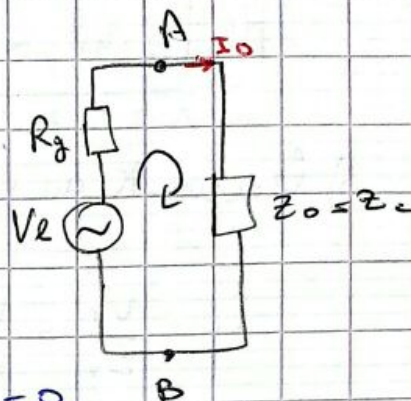
présence d'onde progressive seulement

Quand la charge est adaptée à la ligne on a pas de réflexion, on a progressive seulement



Calcul de I_0 :

circuit (I) \Leftrightarrow



$$\Rightarrow V_c - (R_g + Z_0) I_0 = 0$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{V_c}{R_g + Z_0} = \frac{50}{30 + 295}$$

$$\Rightarrow I_0 = 153,84 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow V_r = 153,84 \times 10^{-3} \times 295 \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} \times 30)$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2,25}}$$

$$c = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2 \times 10^8}{60 \times 10^6} = 3,33 \text{ m}$$

$$\Rightarrow V_r = 45,38 e^{j18\pi} \text{ Vels}$$

$$|V_r| = 45,38 \text{ Volts}$$

3) le courant au niveau du récepteur :

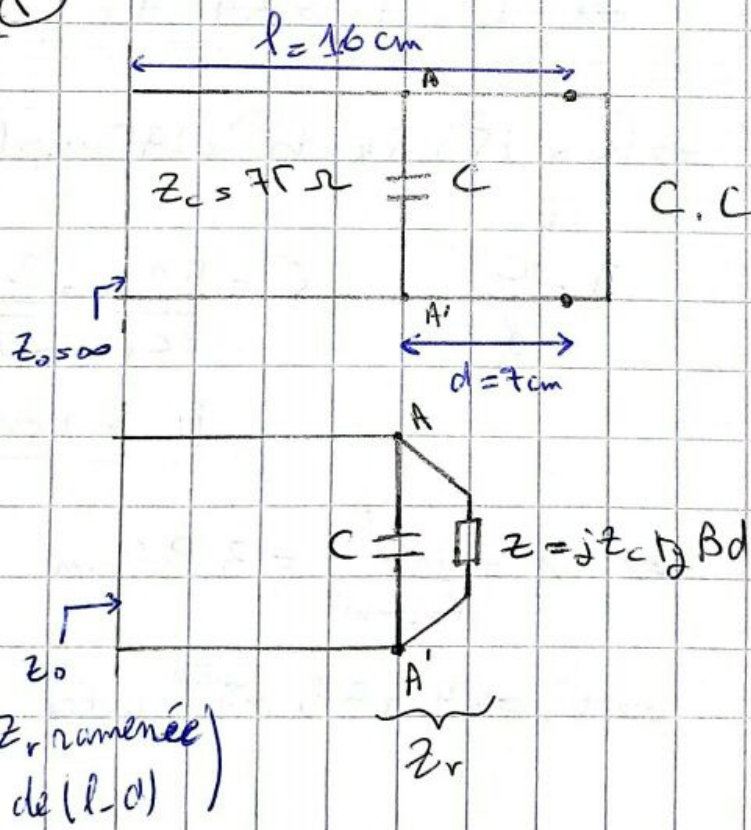
$$I_r = \frac{V_r}{Z_r} = \frac{V_r}{Z_c} = \frac{45,38}{295} e^{-j18\pi}$$

$$I_r = 0,154 e^{-j18\pi} \text{ A}$$

$$|I_r| = 0,154 \text{ A}$$

Ex(7)

$$f = 1 \text{ GHz}$$



1) aux points AA', on remplace le tronçon de ligne de longueur d , qui termine par un C.C., par son impédance d'entrée :

$$Z = Z_c \operatorname{tg} \beta d$$

$$Z_r = C // Z$$

L'impédance d'entrée Z_0 :

$$Z_0 = Z_c \frac{Z_r + j Z_c \operatorname{tg} \beta (L-d)}{Z_c + j Z_r \operatorname{tg} \beta (L-d)}$$

Pour que $Z_0 = \infty \Rightarrow Z_c + j Z_r \operatorname{tg} \beta (L-d) = 0$
 $\Rightarrow Z_r = \frac{-Z_c}{j \operatorname{tg} \beta (L-d)} = j \frac{Z_c}{\operatorname{tg} \beta (L-d)}$

Sachant que: $Z_r = \left(\frac{1}{j\omega C} // j Z_c \operatorname{tg} \beta d \right)$

$$Z_r = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j Z_c \operatorname{tg} \beta d}}$$

$$Z_r = \frac{j Z_c \operatorname{tg} \beta d}{1 - \omega C Z_c \operatorname{tg} \beta d}$$

doit être = $j \frac{Z_c}{\operatorname{tg} \beta (L-d)}$

$$\Rightarrow 1 - \cos \beta d \tan \beta d = \tan \beta d \tan \beta (l-d)$$

$$\Rightarrow C = \frac{1 - \tan \beta d \tan \beta (l-d)}{\cos \beta d \tan \beta d}$$

AN,

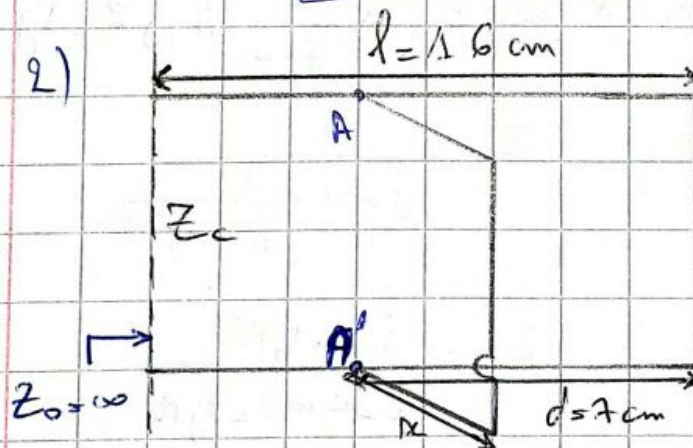
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi \times 10^9}{3 \times 10^8}$$

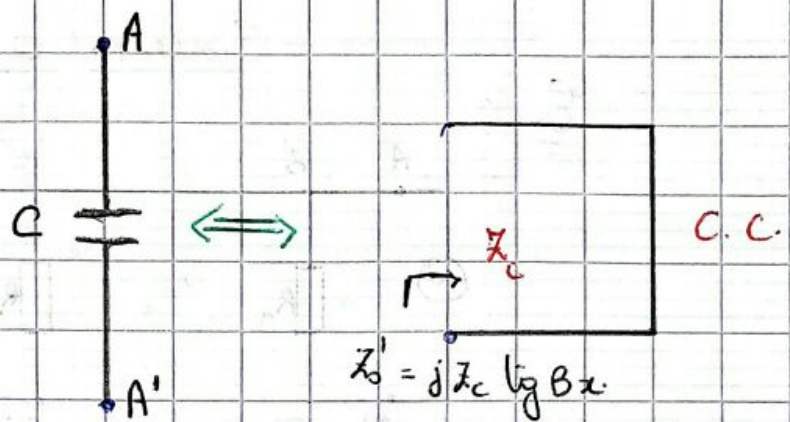
$$= 20,94 \text{ rad/m}$$

$$= 1200^\circ/\text{m}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1 - \tan(20,94 \times 0,07) \tan(20,94 \times 0,09)}{20,94 \times 0,07 \times \tan(20,94 \times 0,07)}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = 0,76 \text{ pF}}$$





Le ligne en c.c qui remplace la capacité C à la m impédance caractéristique Z_c

$$Z'_0 = jZ_c \lg \beta x = \frac{1}{j\omega C}$$

$$j75 \lg \beta x = -j23,55$$

$$\beta x = \text{Arc} \lg \left(\frac{-23,55}{75} \right)$$

$$\beta x = -17,43^\circ \left(+180^\circ \right)$$

$$|\beta x| = 162,56^\circ$$

$$x = \frac{162,56^\circ}{1200^\circ/\text{m}}$$

$$x = 13,54 \text{ cm}$$